

Я. М. ЕРУСАЛИМСКИЙ

# ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

## Теория, задачи, приложения

Учебное пособие

10-е издание

*Допущено Министерством образования Российской Федерации  
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по направлениям подготовки и специальностям  
«Прикладная математика и информатика», «Математика»*



Москва  
«Вузовская книга»  
2009

ББК 22.176я73  
Е79

**Ерусалимский Я. М.**

Е79 Дискретная математика: Теория, задачи, приложения: учеб. пособие / Я. М. Ерусалимский. — 10-е изд. — М.: Вузовская книга, 2009. — 288 с.: ил.

ISBN 978-5-9502-0423-4

Учебное пособие содержит следующие разделы: «Алгебра высказываний», «Алгебра предикатов и множеств», «Отображения», «Элементы комбинаторики», «Отношения», «Булевы функции», «Элементы теории алгоритмов», «Элементы теории графов». Отдельный раздел составляют задачи и упражнения. В изложении материала систематически используется язык теории множеств и отображений. Изложенный в пособии материал представляет собой теоретические основы компьютерной математики.

Для студентов и преподавателей вузов, инженеров-системотехников, программистов.

**ББК 22.176я73**

- © Ерусалимский Я. М., 1998
- © «Вузовская книга», 1998
- © Ерусалимский Я. М., 2002, с изменениями
- © ЗАО «Издательское предприятие  
«Вузовская книга», 2002, с изменениями
- © Ерусалимский Я. М., 2008, с изменениями
- © ЗАО «Издательское предприятие  
«Вузовская книга», 2008, с изменениями

ISBN 978-5-9502-0423-4

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>Глава 1 Алгебра высказываний</b>	<b>7</b>
1.1 Высказывания. Операции над высказываниями . . . . .	7
1.2 Формулы алгебры высказываний . . . . .	16
1.3 Двойственность в алгебре высказываний. Принцип двойственности. Закон двойственности . . . . .	20
1.4 Нормальные формы. СДНФ. СКНФ. Понятие о показателе степени. Показательные уравнения . . . . .	22
1.5 Основные проблемы алгебры высказываний. Критерий тождественной истинности и тождественной ложности . . . . .	28
1.6 Релейно-контактные схемы и схемы из функциональных элементов	30
<b>Глава 2 Алгебры предикатов и множеств. Отображения</b>	<b>37</b>
2.1 Предикаты. Логические операции над предикатами. Кванторы . . .	37
2.2 Кванторы, их свойства и применение . . . . .	40
2.3 Алгебра множеств . . . . .	46
2.4 Отображения. Образ и прообраз множества при отображении. Свойства образов и прообразов . . . . .	52
2.5 Типы отображений. Обратимость и односторонняя обратимость . .	55
2.6 Семейства множеств и операции над семействами . . . . .	59
<b>Глава 3 Элементы комбинаторики</b>	<b>64</b>
3.1 Что такое комбинаторика? Число элементов во множестве. Правило суммы . . . . .	64
3.2 Декартово произведение множеств; множество отображений . . . .	69
3.3 Множества инъективных и биективных отображений. Размещения, перестановки . . . . .	75
3.4 Бином Ньютона. Сочетания. Сочетания с повторениями . . . . .	81
3.5 Число сюръективных отображений . . . . .	90
<b>Глава 4 Отношения</b>	<b>93</b>
4.1 N-местные отношения. Булевы алгебры отношений и матриц . . . .	93
4.2 Бинарные отношения на множестве. Свойства бинарных отношений	98
4.3 Отношение порядка и доминирование . . . . .	101
4.4 Отношение эквивалентности . . . . .	104
<b>Глава 5 Булевы функции</b>	<b>107</b>
5.1 Функции алгебры логики. Многочлены Жегалкина . . . . .	107
5.2 Полнота и замкнутость. Классы Поста $P_0$ и $P_1$ . . . . .	113
5.3 Классы Поста $L$ и $S$ . . . . .	116
5.4 Класс Поста $M$ . . . . .	121

5.5	Критерий полноты (теорема Поста) . . . . .	124
5.6	Предполные классы и их свойства . . . . .	127
<b>Глава 6</b>	<b>Элементы теории алгоритмов</b>	<b>131</b>
6.1	Что такое алгоритм? Вводные понятия . . . . .	131
6.2	Машина Тьюринга. Описание. Примеры машин . . . . .	134
6.3	Сочетания машин Тьюринга: композиция и объединение. Машины с полулентами, разветвление и итерация машин . . . . .	138
6.4	Тьюрингов подход к понятию «алгоритм». Алгоритмически разрешимые и неразрешимые проблемы . . . . .	146
6.5	Универсальная машина Тьюринга . . . . .	149
<b>Глава 7</b>	<b>Элементы теории графов</b>	<b>151</b>
7.1	Введение, общее определение графа. Локальные характеристики . . . . .	151
7.2	Изоморфизм графов. Геометрические графы. Плоские и неплоские графы. Реализуемость в $R_3$ . Пути, цепи, контуры, циклы . . . . .	156
7.3	Части графа: подграф, частичный граф. Связность и сильная связность, компоненты. Мосты графа . . . . .	163
7.4	Эйлеровы графы, критерий эйлеровости . . . . .	168
7.5	Деревья и леса . . . . .	173
7.6	Помеченные графы. Перечисление помеченных деревьев. Матрицы графов . . . . .	177
7.7	Взвешенные графы. Задача о кратчайшем соединении. Кратчайшие пути . . . . .	184
7.8	Пространства циклов и разрезов. Потоки в сетях . . . . .	191
<b>Глава 8</b>	<b>Задачи и упражнения для самостоятельного решения</b>	<b>204</b>
8.1	Алгебра высказываний . . . . .	204
8.2	Двойственность в алгебре высказываний . . . . .	211
8.3	Нормальные формы: ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ . . . . .	212
8.4	Релейно-контактные схемы и схемы из функциональных элементов	217
8.5	Предикаты и кванторы, множества, отображения . . . . .	222
8.6	Элементы комбинаторики. Отношения . . . . .	230
8.7	Функции алгебры логики . . . . .	236
8.8	Машина Тьюринга . . . . .	239
8.9	Графы и их матрицы . . . . .	242
<b>Дополнение 1.</b>	<b>Скорыходов В. А. Методические указания к теме: «Отображения»</b>	<b>249</b>
<b>Дополнение 2.</b>	<b>Рабочая программа курса «Дискретная математика»</b>	<b>270</b>
	<b>Предметный указатель</b>	<b>274</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>284</b>