

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

С.В. Яблонский

# ВВЕДЕНИЕ В ДИСКРЕТНУЮ МАТЕМАТИКУ

Издание четвертое, стереотипное

---

*Допущено  
Министерством образования и науки  
Российской Федерации  
в качестве учебного пособия для студентов  
вузов, обучающихся  
по специальности «Прикладная математика»*

---



Москва  
«Высшая школа»  
2006

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Об авторе .....	6
Предисловие .....	7
ЧАСТЬ I	
<b>ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ С ОПЕРАЦИЯМИ</b>	
Г л а в а 1. Алгебра логики .....	9
§ 1. Функции алгебры логики.....	9
§ 2. Формулы. Реализация функций формулами .....	14
§ 3. Эквивалентность формул. Свойства элементарных функций. Принцип двойственности .....	20
§ 4. Разложение булевых функций по переменным. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма .....	25
§ 5. Полнота и замкнутость .....	30
§ 6. Важнейшие замкнутые классы. Теорема о полноте .....	33
§ 7. Представление о результатах Поста .....	42
Г л а в а 2. $k$ -значная логика .....	43
§ 1. Функции $k$ -значной логики. Формулы и реализация функций формулами .....	43
§ 2. Примеры полных систем.....	48
§ 3. Распознавание полноты. Теорема о полноте .....	51
§ 4. Некоторые свойства существенных функций. Критерий полноты .....	56
§ 5. Особенности $k$ -значных логик .....	65
Г л а в а 3. Ограниченно-детерминированные (автоматные) функции с операциями.....	73
§ 1. Детерминированные функции .....	73
§ 2. Задание детерминированных функций при помощи деревьев. Вес дерева .....	78
§ 3. Ограниченно-детерминированные функции и способы их задания .....	86
§ 4. Операции над о.-д. функциями.....	91
§ 5. Примеры полных систем.....	105
§ 6. О соотношении операций $S$ и $O$ .....	110

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 4. Вычислимые функции .....	113
§ 1. Машины Тьюринга .....	113
§ 2. Один метод построения машин Тьюринга .....	121
§ 3. Машинные коды и их преобразования . . . . .	129
§ 4. Вычислимые функции .....	143
§ 5. Операции С, Пр и ц.....	146
§ 6. Вычислимые функции и операции С, Пр, $\mu$ . . . .	151
§ 7. Формула Клини. Частичная рекурсивность вычислимых функций. Примеры полных систем .....	162

## ЧАСТЬ II

### КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ

§ 1. Комбинаторные объекты и комбинаторные числа . .	171
§ 2. Простейшие свойства комбинаторных объектов и чисел . . . . .	173
§ 3. Методы изучения комбинаторных объектов и чисел ..	188
§ 4. Оценки и асимптотики для комбинаторных чисел ..	202

## ЧАСТЬ III

### ГРАФЫ И СЕТИ

Глава 1. Графы.....	222
§ 1. Реализация в евклидовом пространстве. Изоморфизм	222
§ 2. Оценка числа графов.....	226
Глава 2. Сети .....	227
§ 1. Сети и их свойства .....	227
§ 2. Оценка числа сетей .....	232
§ 3. Двухполюсные сети из двухобъектных наборов .....	237
§ 4. $\pi$ -сети .....	253

## ЧАСТЬ IV

### ТЕОРИЯ КОДИРОВАНИЯ

§ 1. Критерий однозначности декодирования . . , ,	260
§ 2. Алгоритм распознавания однозначности декодирования .....	268
§ 3. Об одном свойстве взаимно однозначных кодов .....	272
§ 4. Коды с минимальной избыточностью . . . . .	276
§ 5. Самокорректирующиеся коды .....	288

## ОГЛАВЛЕНИЕ

### ЧАСТЬ V

#### НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ К КИБЕРНЕТИКЕ

Г л а в а 1. Дизъюнктивные нормальные формы .....	297
§ 1. Понятие д. н. ф. Проблема минимизации булевых функций .....	297
§ 2. Упрощение д. н. ф. и тупиковые д. н. ф. (относительно упрощения).....	300
§ 3. Постановка задачи в геометрической форме . . .	307
§ 4. Сокращенная д. н. ф.....	312
§ 5. Тупиковость на основе геометрических представлений. Методы построения тупиковых д. н. ф. . . .	316
§ 6. Некоторые однозначно получаемые д. н. ф....	324
§ 7. Понятие локального алгоритма .....	331
Г л а в а 2. Синтез схем из функциональных элементов . . .	336
§ 1. Понятие схемы из функциональных элементов . . .	336
§ 2. Проблема синтеза схем из Ф. Э.....	345
§ 3. Элементарные методы синтеза.....	351
§ 4. Нижняя оценка для $L(n)$ .....	355
§ 5. Оптимальный по порядку метод синтеза схем из Ф. Э. (метод Шеннона) .....	357
§ 6. Асимптотически наилучший метод синтеза схем из Ф. Э. (метод Лупанова).....	361
§ 7. Синтез сумматора .....	364
§ 8. Синтез схем из Ф. Э., реализующих симметрические функции . . . . .	366
Список литературы .....	370
Предметный указатель .....	373
Указатель обозначений .....	381